

**A prova dos nove na obra “Curso Elementar de Mathematica –
Arithmetica (1892)” dos irmãos Reis**

**Alana Godoy Lacava¹
David Antonio da Costa²**

RESUMO

Este artigo insere-se no campo da história da educação matemática e apresenta uma análise sobre a abordagem do conteúdo “prova dos nove”, presente na segunda edição do livro “Curso Elementar de Mathematica – Arithmetica”, de 1892, escrito por Aarão Reis e Lucano Reis. Intenta-se compreender alguns aspectos gerais relacionados aos autores, bem como suas formações acadêmicas e profissionais, suas influências e principalmente o modo como apresentam a prova dos nove em sua obra. Trata-se de uma análise preliminar de uma pesquisa de mestrado em andamento do Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica da Universidade Federal de Santa Catarina. Essa tem como objetivo compreender quais as diferentes abordagens da prova dos nove estavam prescritas nos livros didáticos de aritmética, em tempos de Grupos Escolares no Brasil. Além disso, apoia-se nas concepções de Chervel (1990) acerca das *vulgatas*. Assim, faz-se uma apropriação deste conceito, que Chervel direciona aos livros didáticos, para um conteúdo de ensino: a prova dos nove. Na obra dos irmãos Reis, a prova dos nove aparece no capítulo da divisibilidade e é definida pelos autores como um procedimento de verificação por meio dos restos das divisões por nove. Para além das quatro operações fundamentais, é apresentada esta prova para as operações de potenciação e radiciação.

Palavras-chave: Prova dos nove. Livro Didático. Aritmética. Irmãos Reis.

INTRODUÇÃO

O presente artigo é uma análise parcial de uma pesquisa de mestrado em andamento do Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica da Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC) que se propõe investigar as diferentes abordagens metodológicas da prova dos nove³, presentes nos livros didáticos de aritmética, editados na época dos Grupos Escolares no Brasil (1890-1970).

¹ Mestranda do Programa de Pós-Graduação da Universidade Federal de Santa Catarina – UFSC. E-mail: alanaglacava@gmail.com.

² Professor Adjunto III do Departamento de Metodologia de Ensino do Centro de Ciências da Educação e docente permanente do Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica da Universidade Federal de Santa Catarina. – UFSC. E-mail: david.costa@ufsc.br.

³ Em tempos passados a prova dos nove fez parte dos conteúdos dos livros didáticos, livretos de tabuadas e também foi ensinada nas escolas. Trata-se de uma prova na qual utiliza-se o *noves-fora* (calcular o *noves-fora* de um número natural qualquer n , significa subtrair deste número o maior múltiplo de nove nele contido, o

XIV Seminário Temático

Saberes Elementares Matemáticos do Ensino Primário (1890-1970):

Sobre o que tratam os Manuais Escolares?

Natal – Rio Grande do Norte, 21 a 23 de março de 2016

Universidade Federal Rio Grande do Norte

ISSN: 2357-9889

2

Alinhado a pesquisa, este texto tem como objetivo apresentar as análises parciais sobre o modo de como a prova dos nove é apresentada na 2ª edição do livro “Curso Elementar de Matemática – Aritmética” de autoria de Aarão Reis e Lucano Reis editado no ano de 1892. Para além da abordagem da prova dos nove intenta-se compreender em quais outros conteúdos esta prova está relacionada neste livro didático.

Choppin (2004) nos explica que após ter sido negligenciado durante muito tempo pelos historiadores, o uso dos livros didáticos como fontes tiveram avanços consideráveis em um número cada vez mais significativo de países, despertando um grande interesse em pesquisadores nos últimos quarenta anos. Além disso, os livros didáticos possuem múltiplas funções, dependendo da época, das disciplinas, dos níveis de ensino, dos métodos e das formas de utilização, assim, as pesquisas históricas sobre essas fontes abordam aspectos extremamente diversos.

As análises históricas dos livros didáticos também apresentam desafios metodológicos: as análises internas de uma única obra didática poderão não trazer resultados significativos. Isso demandaria a necessidade de comparações, ou seja, o estudo por vários livros didáticos de forma a compreender melhor o “espírito” de certo período.

(DASSIE; COSTA, 2014, p. 201)

A pesquisa de mestrado em andamento se apoia nas concepções de Chervel (1990) acerca das *vulgatas*⁴. Assim, faz-se uma apropriação deste conceito, que Chervel direciona aos livros didáticos, para um conteúdo de ensino: a prova dos nove. De modo a identificar as possíveis *vulgatas* dessa prova presentes nos livros didáticos no período histórico delimitado.

As fontes que serão privilegiadamente mobilizadas são procedentes dos acervos dos primeiros Grupos Escolares catarinenses, do Arquivo Público Estadual de SC, da Biblioteca Pública de Florianópolis e, alargando o espectro da pesquisa, principalmente no

que é equivalente a encontrar o resto da divisão deste número n por 9) de números naturais para verificar se o resultado das quatro operações fundamentais envolvendo tais números está correta.

⁴ A descrição e a análise dessa *vulgata* são a tarefa fundamental do historiador de uma disciplina escolar. [...] as *vulgatas* evoluem ou se transformam. As exigências intrínsecas de uma matéria ensinada nem sempre se acomodam numa evolução gradual e contínua. A história das disciplinas se dá frequentemente por alternância de patamares e de mudanças importantes, até mesmo de profundas agitações. Quando uma nova *vulgata* toma o lugar da precedente, um período de estabilidade se instala, que será apenas perturbado, também ele, pelas inevitáveis variações. [...] pouco a pouco, um manual mais audacioso, ou mais sistemático, ou mais simples do que os outros, destaca-se do conjunto, fixa os “novos métodos”, ganha gradualmente os setores mais recuados do território, e se impõe. É a ele que doravante se imita, é ao redor dele que se constitui a nova *vulgata* (CHERVEL, 1990, p.203-204).

XIV Seminário Temático

Saberes Elementares Matemáticos do Ensino Primário (1890-1970):

Sobre o que tratam os Manuais Escolares?

Natal – Rio Grande do Norte, 21 a 23 de março de 2016

Universidade Federal Rio Grande do Norte

ISSN: 2357-9889

3

Repositório Institucional da Universidade Federal de Santa Catarina. Este último é um espaço virtual que conta com uma base de documentos digitais que se transformam em fontes na medida em que os mesmos são problematizados e utilizados nas pesquisas históricas. Além disso, essa documentação digitalizada está inserida num diretório intitulado “História da Educação Matemática” (<https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/1769>), que se encontra disponível para consulta da comunidade científica. A inserção e manutenção desta base de dados é coordenada por um dos integrantes do GHEMAT e

[...] contou com a participação de diversos pesquisadores de distintas localidades e instituições e teve como propósito apresentar a digitalização de materiais relacionados à educação matemática nos primeiros anos da escolaridade. Revistas pedagógicas, livros didáticos, manuais de ensino, provas de alunos e legislação escolar constituem a base dessa documentação.

(COSTA;VALENTE, 2015, p. 97)

O expediente do uso do repositório, além de ser uma ótima opção para alocação de fontes de pesquisa, facilita o trabalho do historiador à medida que este pode ter acesso a documentos encontrados e digitalizados por pesquisadores dos mais diversos lugares do Brasil e até de outros países.

A OBRA DOS IRMÃOS REIS

Aarão Reis se graduou como bacharel em ciências físicas e matemáticas em 1873, e como engenheiro civil em 1874, ambos pela Escola Central do Rio de Janeiro. Também atuou como examinador na Inspeção Geral de Instrução Pública do Rio de Janeiro e lecionou no curso anexo da Escola Politécnica, dando aulas de economia política, estatística, direito administrativo e princípios de contabilidade e administração (GOMES, 2008). “Ao focalizar Aarão Reis como autor de livros didáticos, devemos incluí-lo, portanto, na categoria dos intelectuais destacados do século XIX que se dedicaram, entre muitos outros trabalhos, a escrever obras para o ensino” (GOMES, 2008, p. 73).

Não foram encontradas, até o momento, referências que tratem da vida acadêmica e profissional de Lucano Reis, o que se sabe é que esses autores “eram adeptos ao

XIV Seminário Temático

Saberes Elementares Matemáticos do Ensino Primário (1890-1970):

Sobre o que tratam os Manuais Escolares?

Natal – Rio Grande do Norte, 21 a 23 de março de 2016

Universidade Federal Rio Grande do Norte

ISSN: 2357-9889

4

positivismo” (VALENTE, 1999, p.163). Gomes (2008) também destaca que muitas das obras que Reis escreveu, direcionadas ao ensino da matemática, se inserem adequadamente num conjunto de livros-texto positivistas, pois revelam características explícitas do ideário de Comte⁵ acerca da matemática. “O teor dessas menções é sempre elogioso [...] o autor faz questão de explicitar enorme admiração pelo fundador do positivismo” (GOMES, 2008, p. 86).

Um dos livros didáticos Aarão Reis, intitulado “Arithmetica”, foi indicado no “Parecer sobre Obras Didacticas” de 1911, escrito por Orestes Guimarães⁶, o qual foi contratado para auxiliar na reorganização do ensino de Santa Catarina. Este documento se refere à adoção das obras didáticas, conforme determinação do coronel Vidal José de Oliveira Ramos, governador do Estado de Santa Catarina. A obra aparece entre as selecionadas para compor a biblioteca dos inspetores escolares, junto à Diretoria da Instrução Pública (GUIMARÃES, 1911).

Muito dos livros didáticos utilizados em Santa Catarina assim como em diferentes estados do Brasil eram os mesmos, por influência do Estado de São Paulo (pioneiro na implementação dos Grupos Escolares no Brasil). Segundo Costa (2014), os livros didáticos voltados ao ensino primário, adotados em São Paulo, faziam parte do rol das obras adotadas em Santa Catarina.

Em São Paulo, desde o início da República, o governo controla a adoção dos livros didáticos nas escolas públicas, quer seja sob a alegação da necessidade de uniformização do ensino, quer seja porque legislava sobre programas e currículos, ou ainda por se tornar em principal comprador. E esta situação se perpetua também em outras localidades na medida em que os professores comissionados levam este modelo aos outros estados, no caso particular, em Santa Catarina pelo Prof. Orestes Guimarães.

(COSTA, 2014, p. 58)

⁵ Auguste Comte (1798-1857), filósofo francês, fundador do Positivismo.

⁶ “Paulista de Taubaté, Orestes Guimarães nasceu em 27 de fevereiro de 1871. Ingressou na Escola Normal de São Paulo em 1887, aos dezesseis anos, concluindo-a no ano de 1889. Fez parte, portanto, da primeira geração de normalistas republicanos que, ao longo da Primeira República, alcançou grande prestígio e autoridade intelectual, traduzindo, muito habilmente, as referências consideradas importantes para a regeneração nacional e, conseqüentemente, para a ordem e o progresso”. (TEIVE, 2010, p.229-230). Orestes dirigiu três grupos escolares paulistas e em 1906 foi convidado a vir para Santa Catarina para organizar o primeiro grupo escolar de do estado, na cidade de Joinville. Sua experiência e eficácia como diretor de grupos escolares de São Paulo e Joinville possibilitou-lhe elaborar o plano de nacionalização do ensino catarinense em 1911, que foi o primeiro passo da grande reestruturação da instrução pública catarinense realizada por Orestes Guimarães, especialmente contratado pelo governador Vidal Ramos (1910-1914) (TEIVE, 2010).

XIV Seminário Temático

Saberes Elementares Matemáticos do Ensino Primário (1890-1970):

Sobre o que tratam os Manuais Escolares?

Natal – Rio Grande do Norte, 21 a 23 de março de 2016

Universidade Federal Rio Grande do Norte

ISSN: 2357-9889

5

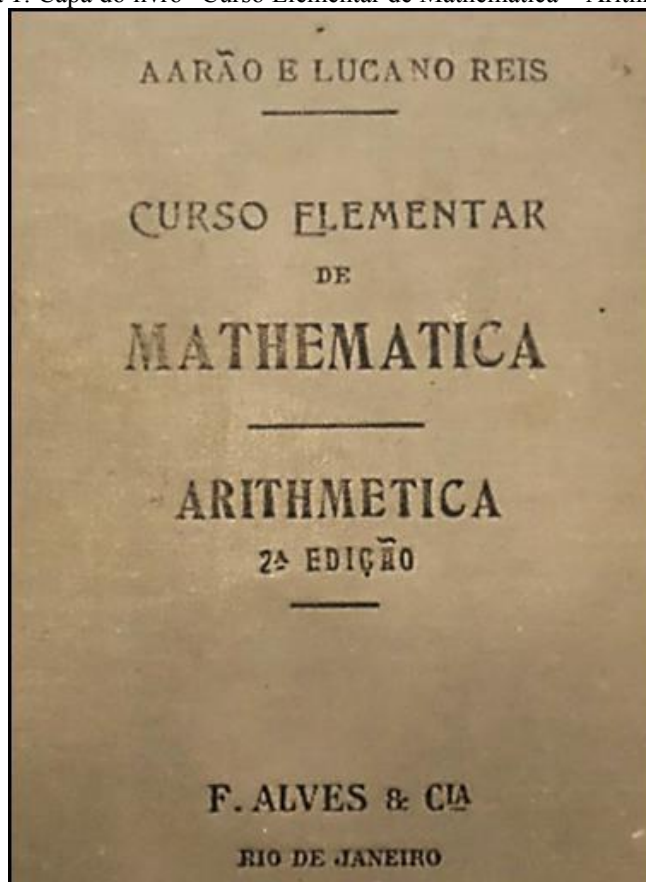
A obra que será analisada faz parte de um curso organizado pelos irmãos Reis, intitulado “Curso Elementar de Mathematica”, o qual foi dividido em quatro volumes: aritmética, álgebra elementar, geometria preliminar e trigonometria retilínea e esférica. Lucano Reis também indica que serão acrescentados outros três volumes, destinados as noções gerais de astronomia, física e mecânica; o desenho linear; a topografia e a agrimensura (REIS; REIS, 1892). Na parte inicial intitulada “Advertencia da Primeira Edição”, escrita em 13 de outubro de 1892, Lucano Reis menciona que esta obra pode ser direcionada a vários públicos:

[...] entendemos, porém, que, sem nos afastarmos deste, conviria dar o presente trabalho mais algum desenvolvimento, de modo a appropriar-o, ao mesmo tempo, ao ensino nos diversos estabelecimentos de ensino superior do país, aos alumnos das Escolas Naval e Narmaes, e, ainda, aos que desejarem seguir a carreira comercial, ou a nobre profissão de engenheiros agrimensores, que tão importante é, de presente, no Brasil.

(REIS; REIS, 1892, p. XIX)

O livro de aritmética teve em primeira edição todos os exemplares vendidos, o que resultou na escrita desta segunda edição, a qual foi revisada e corrigida cuidadosamente, e dedicada aos seus pais Anna Rosa Leal de Carvalho Reis e Fabia Alexandrino de Carvalho Reis.

Figura 1: Capa do livro “Curso Elementar de Mathematica – Arithmetica”.



Fonte: (REIS; REIS, 1892).

A obra conta uma introdução geral e cinco seções: A primeira delas trata das seis operações fundamentais (adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação e radiciação) e das propriedades dos número inteiros; A segunda aborda as frações ordinárias, decimais e contínuas; Na terceira são apresentados os números incomensuráveis e as aproximações numéricas; A quarta seção trata de razões e proporções, progressões e logaritmos; A última delas é direcionada as aplicações sociais, apresentado os problemas aritméticos usuais e a metrologia.

A PROVA DOS NOVE NA OBRA

Como já foi mencionado, a primeira seção da obra é dividida em livro 1 e livro 2, sendo que no primeiro deles nos deparamos com o ensino das operações e logo de início é apresentado um sumário com indicação de prova.

Os autores mencionam que depois de efetuar qualquer operação é necessário verificá-las por meio das provas, as quais consistem em uma segunda operação. Também definem que prova é

[...] uma nova operação, igualmente susceptível de enganos, não póde dar certeza quanto ao resultado da operação primitiva: pois, póde dar-se até o caso d'um erro desta ser compensado por outro, em sentido contrario, da prova. O concurso, porém, das circunstancias necessarias para que uma prova seja falsa é tão difficil de dar-se, que o gráo da probabilidade obtida por esta equivale quase a uma certeza. Demais sendo já raro commeter enganos em uma operação effectuada atentamente, mais raro será comettei-os em duas consecutivas, e, ainda mais, que os enganos, em uma e outra, se compensem.

(REIS; REIS, 1892, p.49)

Desse modo, de acordo com os autores, as provas são suscetíveis a erros, mas estes ocorrem raramente. Ao término dos ensinamentos acerca de cada uma das operações fundamentais, são apresentadas as provas para cada uma delas. Além disso, os autores mencionam que existem outras formas de verificação: a prova real (que utiliza da operação inversa para ser realizada) e prova dos nove (que utiliza-se da divisão), sendo que a segunda será apresentada em outro capítulo do livro. Assim, nesta seção do livro, são apresentadas as provas reais para cada uma das seis operações (incluindo potenciação e radiciação).

Cabe mencionar que os irmãos Reis consideram a prova dos nove um procedimento mais simples de ser executado do que a prova real. Essa prova é apresentada no capítulo intitulado “*Divisibilidade*”, e já há indicações no sumário.

SUMMARIO: Definições e theoremas geraes. – Multiplos, submúltiplos, divisor, numero divisível, resto. – Numeros pares e impares. - Theoremas relativos á divisibilidade dos múltiplos, das sommas, das differenças, dos restos das divisões, das potências, etc. – Caracteres de divisibilidade por 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 e 11. – Provas das operações arithmeticas sobre os números inteiros por meio dos divisores de 9 e 11. – Prova dos nove da adição. – Prova dos nove da subtração. – Prova dos nove da multiplicação. – Prova dos nove da divisão. – Prova dos nove da potenciação. – Prova dos nove da radiciação.

(REIS; REIS, 1892, p.199)

No item *provas das operações arithmeticas sobre os números inteiros por meio dos divisores 9 e 11* do livro, os autores iniciam mencionando que

O corollario do teorema V⁷ (n. 252) e o teorema VI⁸ (n. 253) permitem aplicar a theoria dos restos á verificação do resultado obtido pela effectuação de qualquer das operações arithmeticas sobre os números inteiros: adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação e radiciação. Para isso, basta determina os restos da divisão por um mesmo numero – da somma e suas parcelas, - dos termos da subtração e a diferença entre eles, - do produto e seus factores, - dos termos da divisão e respectivo quociente, - e da raiz e da potencia.

(REIS; REIS, 1892, p. 219)

Em seguida, relatam que se pode escolher qualquer número além do 11 e do 9, os quais são geralmente adotados, sendo o último a mais “*vulgarmente usado*” (REIS; REIS, 1892, p. 219). E as verificações feitas por meio dos restos das divisões por nove possuem um nome específico: provas dos nove.

Para a prova dos nove da adição, os autores apresentam um exemplo numérico (figura 2) e reescrevem cada número da operação como um múltiplo de nove, somado de algum resto. Depois são somados os restos obtidos, referente a cada parcela, e o número encontrado também é rescrito como múltiplo de nove mais um resto. Este resto deve coincidir com o resto do resultado ao ser dividido por nove, para que a operação esteja correta de acordo com essa prova.

Figura 2: Exemplo da prova dos nove para adição.

The image shows a handwritten mathematical example on aged paper. At the top, four numbers are stacked vertically for addition: 76089, 30865, 6938, and 56894. A horizontal line is drawn under the last number, and the sum 170786 is written below it. Below the sum, the text reads "tem-se, tomando 9 para divisor :". This is followed by the equation $170786 = 18976 \times 9 + 2$. Below this, the word "e" is written. To the left, four equations are listed, each representing one of the addends as a multiple of 9 plus a remainder: $76089 = 8454 \times 9 + 3$, $30865 = 3429 \times 9 + 4$, $6938 = 770 \times 9 + 8$, and $56894 = 6321 \times 9 + 5$. A large right-facing curly bracket groups these four equations, pointing to the equation $3 + 4 + 8 + 5 = 20 = 2 \times 9 + 2$.

⁷ **Corolário do teorema V:** O resto da divisão de uma soma por um número qualquer é igual ao da divisão da soma dos restos das divisões das parcelas por esse mesmo número (REIS&REIS, 1982).

⁸ **Teorema VI:** Qualquer número que não divida os fatores de um produto, não divide este também, e o resto da divisão deste é o produto dos restos das divisões dos fatores (REIS&REIS, 1982).

Fonte: (REIS; REIS, 1892, p. 220).

Os autores explicam que na prática pode-se abreviar o cálculo da prova dos nove, de modo a encontrar o resto das divisões de um número por nove, por meio da soma consecutiva dos valores absolutos de seus algarismos. Assim, é apresentado outro exemplo utilizando deste procedimento, como mostra a figura a seguir.

Figura 3: Outra maneira de efetuar a prova dos nove da adição.

360894		$3 + 6 = 9, \text{ nove fóra } : 0; 8 + 4 = 12, \text{ nove fóra } : 3;$
58039	5	$3 + 5 + 8 = 16, \text{ nove fóra } : 7; 7 + 3 = 10, \text{ nove fóra } : 1;$
9687	—	$1 + 6 + 8 = 15, \text{ nove fóra } : 6; 6 + 7 = 13, \text{ nove fóra } : 4;$
486037	5	$4 + 4 + 8 = 16, \text{ nove fóra } : 7; 7 + 6 = 13, \text{ nove fóra } : 4; 4 + 3 + 7 = 14,$ $\text{nove fóra } : 5.$
914657		$4 + 4 + 6 = 14, \text{ nove fóra } : 2; 2 + 5 + 7 = 14, \text{ nove fóra } : 5.$

Fonte: (REIS; REIS, 1892, p. 221).

Nota-se que são somados todos os algarismos das parcelas, excluindo o zero e o próprio nove. Assim, os algarismos são agrupados de modo que a soma resulte em um número de dois algarismos, os quais são novamente somados, e por fim, calcula-se o *noves fora*⁹ do resultado. Depois, continua-se esse processo com os demais algarismos das parcelas, até encontrar um único número (neste caso o número 5). Por fim, realiza-se o mesmo com o resultado da operação e verifica-se se obteve o mesmo valor. Também é observado o uso da simbologia no lado direito da operação de adição (cinco sobre cinco) referente aos números obtidos no final de cada processo, os quais devem coincidir para que a operação esteja correta de acordo com a prova dos nove.

Cabe mencionar que, em nota de rodapé, os autores mencionam que “*a expressão noves fora é usada em vez de: dividido por 9 dá para resto*” (REIS; REIS, 1892, p. 221) e também relatam que “*Não se inclui o 9 na somma por ser inútil, visto não alterar o resto*” (REIS; REIS, 1892, p. 221).

Para subtração, e demais operações, apresenta-se apenas o segundo processo da prova dos nove, referente à soma dos valores absolutos dos algarismos. Mas, antes os autores explicam como se procede esta prova:

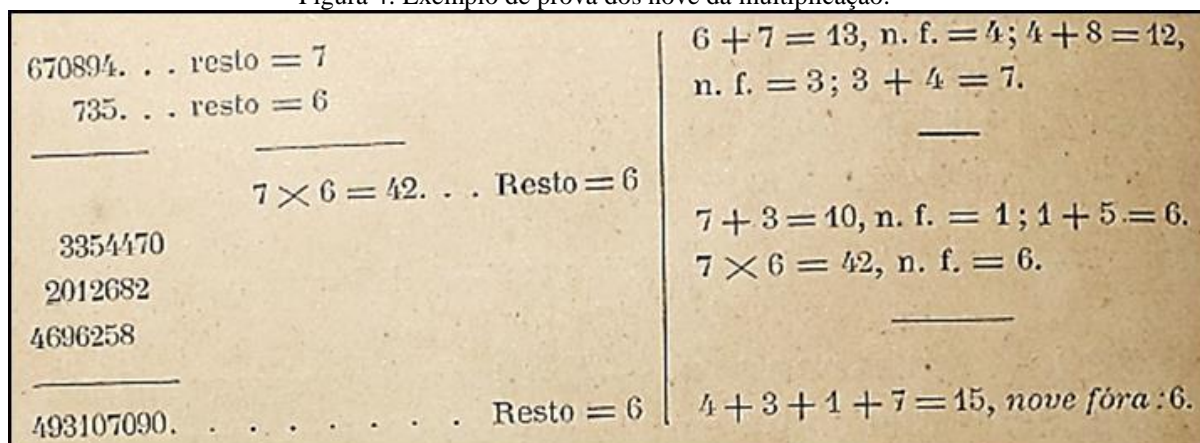
⁹ Calcular, tirar ou extrair o *noves-fora* de um número natural qualquer n , significa subtrair deste número o maior múltiplo de nove nele contido, o que é equivalente a encontrar o resto da divisão deste número n por 9.

Em toda e qualquer subtração o subtraendo é sempre igual á somma do subtrahendo e da differença, o que constitue a subtração uma addição invertida. Por isso, realiza-se a *prova dos nove* na subtração determinando, primeiramente, o resto da divisão por 9 do subtraendo ou da somma dos valores absolutos de seus algarismos, e, depois, o resto da divisão por nove da somma dos restos das divisões por esses mesmos números do subtrahendo e da differença ou da somma dos valores absolutos dos respectivos algarismos.

(REIS; REIS, 1892, p. 221)

Antes de proceder a prova dos nove da multiplicação é lembrado um teorema já demonstrado anteriormente que diz que “o resto da divisão de um producto por qualquer número é igual ao produto dos restos das divisões dos fatores por esse mesmo número” (REIS; REIS, 1892, p. 222). Depois é apresentado um exemplo da prova dos nove, baseado na aplicação desse teorema (ver figura 4). Desta forma, são calculados os restos da divisão do multiplicador e do multiplicando¹⁰ por nove, através dos procedimentos já mostrados nas provas dos nove anteriores, e o mesmo é feito com o resultado. Neste caso, obteve-se o mesmo valor 6, que aponta, de acordo com a prova dos nove, que a operação está correta. Vale ressaltar que “*n.f.*”, escrito no exemplo, é a abreviação de *noves-fora*.

Figura 4: Exemplo de prova dos nove da multiplicação.



Fonte: (REIS; REIS, 1892, p. 222).

Na prova dos nove da divisão os procedimentos são justificados pelos autores por meio do teorema que diz que “em toda e qualquer divisão, o dividendo é igual ao produto do divisor pelo quociente si a divisão é exacta; ou, ao produto do divisor pelo quociente e

¹⁰ Cabe mencionar que os autores chamam a primeira parcela da multiplicação de *multiplicando* e a segunda de *multiplicador*.

XIV Seminário Temático

Saberes Elementares Matemáticos do Ensino Primário (1890-1970):

Sobre o que tratam os Manuais Escolares?

Natal – Rio Grande do Norte, 21 a 23 de março de 2016

Universidade Federal Rio Grande do Norte

ISSN: 2357-9889

11

mais o resto, se a divisão não é exacta” (REIS; REIS, 1892, p. 222). Assim, os autores explicam que a prova dos nove para divisão se procede segundo este teorema, ou seja, usa-se a representação “ $D = d \times q + R$ ”, em que “D” representa o dividendo, “d” o divisor, “q” o quociente e “R”.

Por fim, apresenta dois exemplos realizando esse procedimento. Calcula-se o resto da divisão do quociente, divisor, dividendo e resto por nove e aplica o teorema anterior, a fim de verificar se o *noves fora* do quociente multiplicado pelo *noves fora* do divisor e somado com o *noves fora* do resto, e calculado novamente o *noves fora* do valor obtido, coincide com o *noves fora* do dividendo.

Figura 5: Um dos exemplos da prova dos nove da divisão.

$r = 3. \dots$	73594875		375. \dots	$r_1 = 6$
	3609		196253. .	$r_2 = 8$
	.2344			$r_1 \times r_2 = 6 \times 8 = 48$
	. .948			$48 = 5 \times 9 + 3,$
	1987			$r_3 = 3;$
	.1125			
	...0			
			logo : $r = r_3.$	

Fonte: (REIS; REIS, 1892, p. 223).

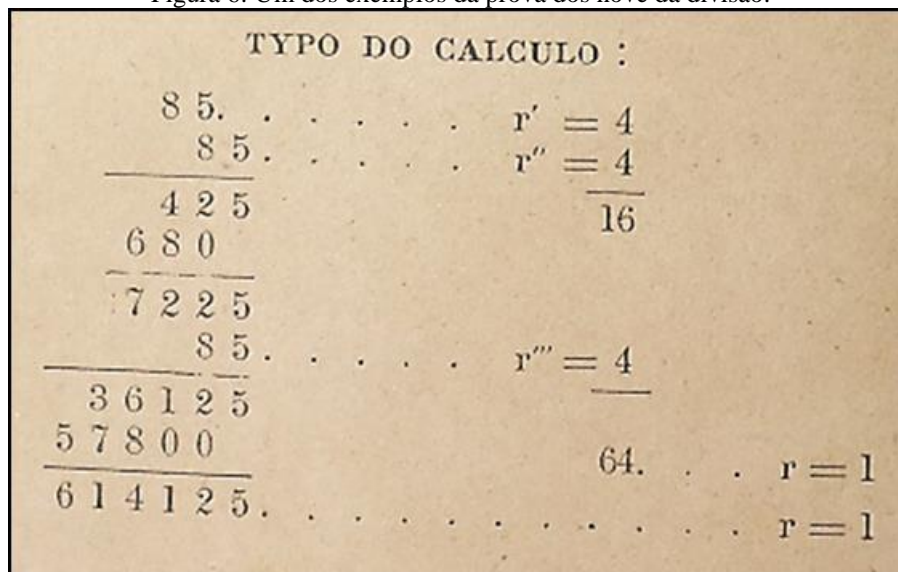
Dando sequência, é apresentada a prova dos nove para a potenciação e menciona-se que

Não sendo a potenciação mais que uma multiplicação cujos factores são eguaes, realiza-se a prova dos nove da potenciação do mesmo modo que a da multiplicação; isto é; 1.º, determinando o resto da divisão por 9 da raiz; 2.º, effectuando a potenciação desse resto e determinando, depois, o resto da divisão dele por 9; 3.º, determinando o resto da divisão por 9 da potencia.

(REIS; REIS, 1892, p. 224)

Dessa forma, o procedimento da prova dos nove da potenciação é parecido com a prova dos nove da multiplicação. Assim, os autores apresentam o seguinte exemplo:

Figura 6: Um dos exemplos da prova dos nove da divisão.



Fonte: (REIS; REIS, 1892, p. 223).

Os autores explicam que para realizar a prova dos nove na operação $614125 = 85^3$, calcula-se o resto da divisão de 85 por nove, que resulta em 4; eleva-se o 4 ao cubo, resultando em 64; calcula-se o resto da divisão desse número por 9, que é igual a 1. Assim, o resto da divisão de 614125 por 9 também deverá ser 1 (REIS; REIS, 1892).

Por fim, é apresentada a prova dos nove para a radiciação e os autores mencionam que

Para realizar a prova dos nove de uma radiciação, em que o numero proposto é igual á potenciação da raiz a um determinado gráo e mais o resto da operação; – determinam-se os restos das divisões por 9 do numero proposto, da raiz e do resto, e eleva-se o resto da divisão da raiz á potência indicada, de modo a verificar se o resto da divisão dessa potencia por 9 sommado ao resto da divisão por 9 do resto da radiciação é igual ao resto da divisão do numero proposto por 9.

(REIS; REIS, 1892, p. 225)

Na sequência, é exposto pelos autores o seguinte exemplo (REIS; REIS, 1892, p. 225):

$$\sqrt[3]{614175} = 85 + 50$$

Note que se escrevia $\sqrt[3]{614175} = 85 + 50$, no sentido de a raiz cúbica de 614175 é aproximadamente 85, ou seja, 85 elevado ao cubo é igual a 614125 que somado de 50

resulta em 614175. Assim, para realizar a prova dos nove, calcula-se o resto da divisão por 9 (*noves-fora*) do número 614175 que é igual a 6; do 85 que é igual a 4; e do 50 que é igual a 5. Em seguida eleva-se o *noves-fora* de 85 ao cubo, ou seja, 4 elevado ao cubo é igual a 64 e calculando-se o *noves-fora* resulta em 1 ($6 + 4 = 10$ e $1 + 0 = 1$) que somado com o *noves-fora* do 50 resulta 5 em ($1 + 5 = 6$). Este valor coincide com o *noves-fora* do radicando 614175 e assim, de acordo com a prova dos nove, a operação está correta.

Em seguida, os autores apontam que “do mesmo modo por que acabamos de proceder para com o divisor 9, procede-se para com o divisor 11 nas *provas dos onze*; ou, para com qualquer outro fator 2, 3, 4, 5, 8, 10, 25...” (REIS; REIS, 1892, p. 225). Porém, relatam que a prova dos nove tem mais garantia de exatidão e é vulgarmente mais empregado. E assim, encerram-se as provas dos nove presentes nesta obra.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este artigo teve o objetivo de analisar a abordagem da prova dos nove presente na segunda edição da obra “Curso Elementar de Mathematica – Arithmetica” publicada em 1892 e escrita pelos irmãos Reis. A partir dos estudos realizados constatou-se que Aarão Reis e Lucano Reis revelam marcas do positivismo em suas escritas, um exemplo está nas menções às ideias de Auguste Comte acerca da matemática ao longo da obra. Além disso, encontrou-se a indicação da obra “Arithmetica” de Aarão Reis no parecer de obras didáticas para o estado de Santa Catarina, prescritas por Orestes Guimarães, como indicação de livro a ser inserido nas bibliotecas dos inspetores deste estado.

Quanto à obra de aritmética analisada, trata-se do primeiro de quatro volumes do projeto organizado pelos irmãos Reis, sendo que os outros três abordam conteúdos de álgebra elementar, geometria preliminar e trigonometria retilínea e esférica, nesta ordem.

A partir das análises preliminares da obra, podem-se destacar alguns aspectos observados quanto à apresentação do conteúdo da prova dos nove. Este conteúdo foi apresentado no capítulo da divisibilidade e definido pelos autores como um procedimento de verificação por meio dos restos das divisões por nove. Porém, ao se apresentar as operações fundamentais, já havia indicações de que esta prova seria tratada mais adiante, por necessitar da divisão para ser executada. Os autores mencionam que depois de efetuar

XIV Seminário Temático

Saberes Elementares Matemáticos do Ensino Primário (1890-1970):

Sobre o que tratam os Manuais Escolares?

Natal – Rio Grande do Norte, 21 a 23 de março de 2016

Universidade Federal Rio Grande do Norte

ISSN: 2357-9889

14

qualquer operação faz-se necessário verificá-las por meio das provas, e as chamam de uma segunda operação. Além disso, relatam que as provas são suscetíveis a erros, porém estes são raros de acontecerem.

As provas reais são consideradas pelos autores como aquelas que se utilizam da operação inversa para serem executadas, enquanto que a prova dos nove é um procedimento que se utiliza da divisão. Cabe ressaltar, que são apresentadas a prova dos nove para as seis operações (adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação e radiciação), para isso, todas eram tratadas de forma discursivas e apresentavam-se exemplos numéricos, além da simbologia. Por fim, os autores fazem menção às outras provas, mas enfatizam que a dos nove tem mais garantia de exatidão e é a mais comum de ser empregada.

REFERÊNCIAS

COSTA, D. A. Um exemplo de estudo histórico comparativo sobre a adoção de livros didáticos de aritmética em São Paulo e em Santa Catarina no ensino primário: 1890-1930. **REAMEC**, Cuiabá - MT, n.02, p. 47-59, dez. 2014.

COSTA, D. A.; VALENTE, W. R. O repositório de conteúdo digital nas pesquisas de história da educação matemática. **RIDPHE_R**. Campinas (SP), v. 1, n. 1, p. 94-108, jul./dez. 2015.

CHERVEL, A. História das disciplinas escolares: reflexões sobre um campo de pesquisa. **Teoria & Educação**. Porto Alegre, vol. 2, 1990, p. 177-229.

CHOPPIN, A. História dos livros didáticos e das edições didática: sobre o estado da arte. **Educação e Pesquisa**, São Paulo, v. 30, n. 3, p. 549-566, set./dez. 2004.

DASSIE, B; COSTA, D. Livros Didáticos como fonte: o que dizem as pesquisas apresentadas no I ENAPHEM. In: VALENTE, W. **História da Educação Matemática no Brasil**: problemáticas de pesquisa, fontes, referências teórico-metodológicas e histórias elaboradas. Editora livraria da Física, 1 ed. São Paulo, 2014.

GOMES, M. L. M. História da matemática e positivismo nos livros didáticos de Aarão Reis. **Revista brasileira de história da educação**, v. 8, n° 18, p. 69-94, set./dez. 2008.

GUIMARÃES, O. de O. Parecer sobre a adoção das obras didacticas. 1911. Disponível em: <<https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/101130>>. Acesso em 24 jan. 2016.

XIV Seminário Temático

Saberes Elementares Matemáticos do Ensino Primário (1890-1970):

Sobre o que tratam os Manuais Escolares?

Natal – Rio Grande do Norte, 21 a 23 de março de 2016

Universidade Federal Rio Grande do Norte

ISSN: 2357-9889

15

REIS, A.; REIS, L. **Curso Elementar de Mathematica - Arithmetica**, 2 ed. Rio de Janeiro: F. Alves & Cia. 1892. Disponível em:

<https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/127570>>. Acesso em 10 jan. 2016.

TEIVE, G. M. G. Sugestões sobre a educação popular no Brasil: proposta do Professor Orestes Guimarães. **Currículo sem Fronteiras**, v. 10, n. 2, 2010, p. 228-243.

VALENTE, W. R. **Uma História da matemática escolar no brasil (1730-1930)**. São Paulo: Annablume: FAPESP. 1999.